THÉORÈME D'AMPÈRE

I. PROPRIÉTÉS DU CHAMP MAGNÉTOSTATIQUE

I.1 Le champ magnétostatique est à flux conservatif

On admet les propriétés suivantes :

Le champ magnétostatique est à flux conservatif.
⇔ Pour toute surface fermée, le flux sortant de $\vec{B}$ est nul : $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S_{ext}} = 0$

⇔ Un tube de champ transporte un flux constant.

I.2 Le champ magnétostatique n'est pas à circulation conservative : Théorème d'Ampère

Soit Γ un contour, c'est-à-dire une courbe fermée orientée : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$

On dit que le champ magnétostatique tourbillonne autour des sources de courant.

$I_{enlacé}$ est la courant enlacé par le contour Γ. Sur l'exemple ci-dessous, on a $I_{enlacé} = I_1 - I_2$.

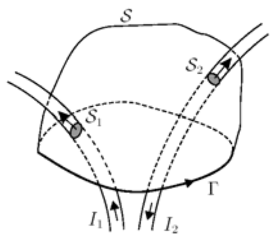
De façon générale, on a $I_{enlacé} = \sum_i \varepsilon_i I_i$ avec ε_i = +1 ou –1.

On utilisera la règle du tire-bouchon ou la règle de la main droite pour trouver le signe de ε_i.

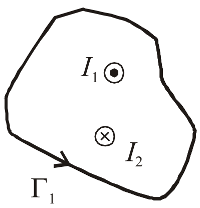
$I_{\mathbf{enlacé}}$ est compté positivement si Γ sort par la face Nord du circuit ou si $I_{\mathbf{enlacé}}$ sort par la face + d'une surface s'appuyant sur le contour Γ.

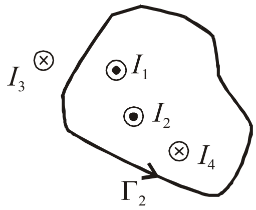
Toute surface S s'appuyant sur le contour coupe les fils suivant des sections S_i et $\iint_{M\in S_i} \vec{j}(M)\cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S_M} = \varepsilon_i I_i$ où $\varepsilon_i = +1$ si le courant I_i est compté positivement dans le sens de $\overrightarrow{\mathrm{d}S_M}$ et $\varepsilon_i = -1$ sinon.

Sur l'exemple : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2)$.

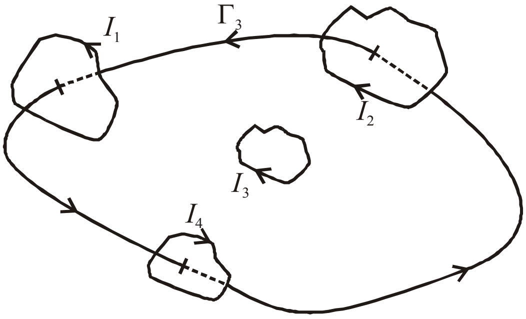


$\oint_{\Gamma_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 (I_1)$





$\oint_{\Gamma_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 (I_1 + I_2 - I_4)$

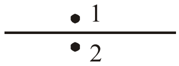


$\oint_{\Gamma_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_4)$

II.PROPRIÉTÉS

- Pour une distribution volumique, $\vec{B}$ est continu en tout point de l'espace.
- Pour une distribution surfacique.

$\vec{B}$ est discontinu à la traversée de la surface de distribution.
On admet que : $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_S \wedge \vec{n}_{1\to 2}$



- Pour une distribution linéïque. $\vec{B}$ n'est pas défini sur la distribution.

III. MÉTHODES DE CALCULS

Pour des circuits filiformes, dont la longueur est très grande par rapport aux dimensions transversales, le conducteur est assimilé à un tube de courant transportant l'intensité I.
Il y a trois méthodes pour calculer le champ magnétostatique :


André Marie Ampère (1775-1836)

- **Méthode 1** : Calcul direct avec la loi de Biot de Savart : $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\vec{\mathrm{d}l} \wedge \vec{u}_{K\to M}}{KM^2}$

1) Étudier les symétries
2) Projeter et intégrer les projections

- **Méthode 2** : Théorème d'Ampère : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{\mathrm{d}l} = \mu_0 I_{enlacé}$. Cette troisième méthode se fait en trois étapes :

1) Étude des symétries
2) Étude des invariances
3) Application du théorème d'Ampère.

Il faut utiliser cette troisième méthode pour des distributions hautement symétriques. Ne pas oublier que l'on rencontre souvent plusieurs cas : intérieur, extérieur de la distribution, $z > 0$, $z < 0$. Donner l'interprétation physique : le champ magnétostatique tourbillonne autour des sources de courant, pour une distribution surfacique il y a une discontinuité à la traversée de la surface de distribution.

IV. TABLEAU RELATIF AUX CHAMPS PERMANENTS

Propriétés intrinsèques du champ

$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l} = 0$	$\oiint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}_{ext} = 0$
$\vec{E}$ est à circulation conservative	$\vec{B}$ est à flux conservatif (un tube de champ transporte un flux constant)

Lien entre le champ et les sources

$\oiint_\Sigma \vec{E} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}_{ext} = \dfrac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$ (théorème de Gauss)	$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mu_0 I_{enlacé}$ (théorème d'Ampère)
Le champ $\vec{E}$ diverge à partir des sources de $\vec{E}$.	**Le champ $\vec{B}$ tourbillonne autour des sources de $\vec{B}$**

Champ d'une distribution d'extension finie ou infinie

$\vec{E}(M) = \iiint_D \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 KM^2} \vec{u}_{K\to M}$ (loi de Coulomb)	$\vec{B}(M) = \oint_C \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{I\overrightarrow{\mathrm{d}l} \wedge \vec{u}_{K\to M}}{KM^2}$ (loi de Biot et Savart)

Définition du potentiel

$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, V$	

Potentiel pour une distribution finie

$V(M) = \iiint_D \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 KM}$	