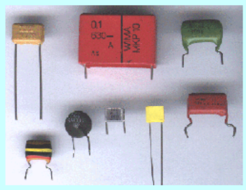
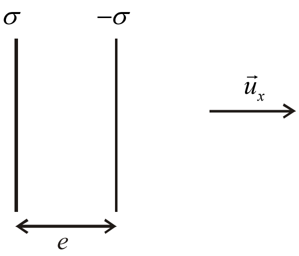
CONDENSATEUR PLAN

I. CONDENSATEUR PLAN

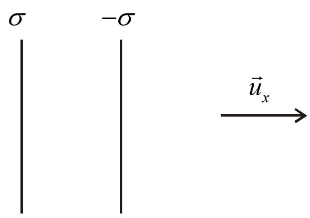
Un condensateur plan est constitué de deux armatures planes, parallèles, de même forme, de surface S et espacées d'une distance e. Nous supposons que e est très faible devant les dimensions des plaques ce qui nous permet de les considérer comme « infinies ».


Condensateur plan circulaire


Condensateurs variés



On considère les deux armatures métalliques très fines, de surfaces S séparées par un diélectrique de permittivité ε_0 (voir fin du chapitre avec une permittivité ε). Les armatures sont des plans parallèles au plan yOz. La distance entre les deux armatures est notée e.
On néglige les effets de bord. Les densités surfaciques de charge portées par les deux armatures sont uniformes. Elles sont opposées car les armatures portent des charges opposées et ont la même surface.

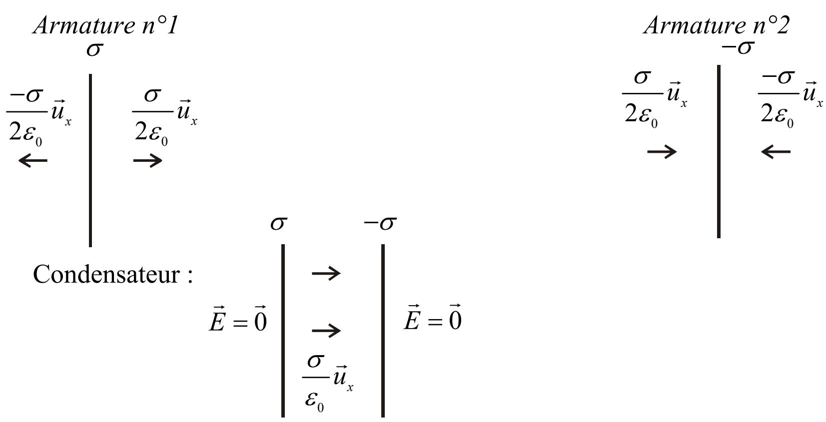


I.1 Calcul du champ électrostatique par le théorème de superposition

Rappels : Dans le chapitre sur le champ électrostatique, on a calculé le champ créé par un plan infini : il vaut $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$ d'un côté du plan et $\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$ de l'autre côté du plan.
Pour savoir s'il faut mettre le signe + ou –, il suffit de se rappeler que le champ électrostatique diverge à partir des charges positives et converge vers les charges négative.

On applique le théorème de superposition pour calculer le champ créé par les deux armatures qui sont assimilées à des plans infinis.

Le champ électrique est nul à l'extérieur du condensateur. Dans le condensateur, le champ vaut $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_x$.



I.2 Calcul de la différence de potentiel

On calcule la différence de potentiel $V_2 - V_1$ en envisageant un déplacement de A_1 vers A_2.

Entre les deux armatures, on $\mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ avec $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_x$ et $\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mathrm{d}x\,\vec{u}_x$.

On obtient : $\mathrm{d}V = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}x$. Il reste à intégrer entre A_1 et A_2 : $V_2 - V_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$

On en déduit : $U = V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$. Comme $Q = Q_1 = \sigma S$. On en déduit : $U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}e$

I.3 Capacité d'un condensateur

On définit la capacité C d'un condensateur. C s'exprime en farads, de symbole F.

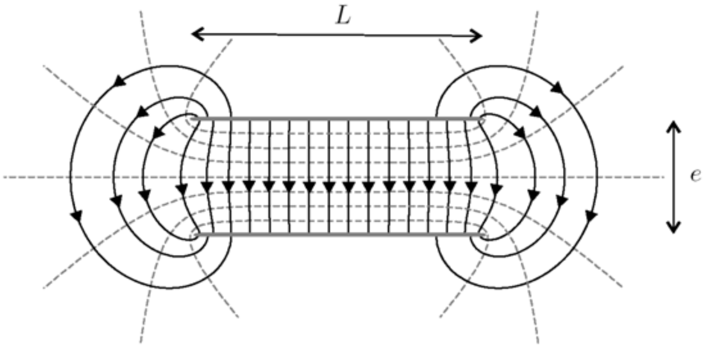
$$Q_1 = C\left(V_1 - V_2\right)$$

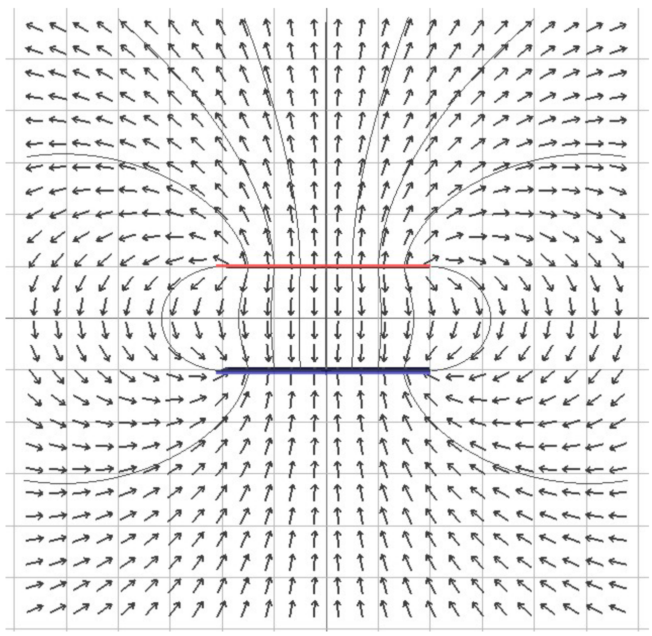
Pour un condensateur plan, on a : $C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$.

Pour un condensateur plan, $C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$

I.4 Influence des effets de bord

La figure est une simulation du champ électrostatique d'un condensateur dont les armatures sont des bandes infiniment longues de largeur L espacées de e. Nous constatons que les lignes de champ sont déformées au voisinage du bord des armatures. Cet effet est sensible sur une zone dont la largeur est de l'ordre de grandeur de e ; en dehors de cette zone le champ électrique est bien décrit par le modèle simplifié précédent. Nous pouvons donc négliger les effets de bord si $L \gg e$.





On admet que les effets de bord augmentent donc la capacité du condensateur.

I.5Compléments hors programme : Calcul de la force exercée sur une armature

$\vec{F}_{2\to1} = Q_1\vec{E}_2 = (\sigma S)\left(\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{u}_x = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}S\vec{u}_x$. On calcule la force exercée par la plaque n°2 sur la plaque n°1. On note $\vec{E}_2$ le champ créé par la plaque n°2 en $x = 0$ (position de l'armature n°1) et Q_1 la charge totale de l'armature n°1.

$$\vec{F}_{1\to2} = Q_2\vec{E}_1 = (-\sigma S)\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{u}_x = \frac{-\sigma^2}{2\varepsilon_0}S\vec{u}_x$$

Ces forces sont égales en norme et opposées conformément au théorème des actions réciproques ; elles sont attractive ce qui normal puisque les charges portées par les armatures sont de signes opposés.

ATTENTION : il serait faux d'écrire : $\vec{F}_{2\to1} = Q_1\vec{E}$ puisque le champ $\vec{E}$ est créé en partie par l'armature S_1 et n'est donc pas défini en un point de celle-ci. Ceci reviendrait à vouloir calculer une action de l'armature sur elle-même et conduirait au double du bon résultat.

- **Il faut connaître par cœur le champ créé par un plan infini : c'est facile à retenir à partir de la discontinuité $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ et du plan de symétrie. On a donc $\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ d'u côté et $\dfrac{-\sigma}{2\varepsilon_0}$ de l'autre côté. Le champ diverge à partir des charges positives et converge vers les charges négatives.**
- **RETENIR QUE POUR UN CONDENSATEUR PLAN, ON CALCULE LA FORCE QU'EXERCE UNE ARMATURE SUR UNE AUTRE ARMATURE.**

II. MILIEUX DIÉLECTRIQUES OU ISOLANTS

Un isolant n'est pas conducteur. Il n'a pas d'électrons libres. Par contre placé dans un champ électrique, ses molécules peuvent se polariser (voir cours de deuxième année). La capacité d'un condensateur plan est alors $\boxed{C = \dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{e}}$. On peut donc l'augmenter avec un diélectrique puisque $\varepsilon_r > 1$.

On étudie les diélectriques linéaires, homogènes et isotropes (voir cours de deuxième année).

On admet qu'il suffit de remplacer ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$.

ε_0 est la permittivité du vide, ε la permittivité du milieu et ε_r la permittivité relative.

La valeur maximale que peut avoir le champ sans que les étincelles apparaissent dans un diélectrique s'appelle la *rigidité* du diélectrique ou champ disruptif, que l'on exprimer en V.m^{-1}.

Matériau	ε_r	**Rigidité électrique**
Air (conditions normales)	1,006	**$3{,}2\times10^6$ V.m^{-1}**
Mica	7,1	14×10^6 V.m^{-1}
Titanate de baryum (céramique)	2000 à 8000	4×10^6 V.m^{-1}

Ordre de grandeur : $U = 1000$ V ; $d = 1$ mm ; $E = \dfrac{U}{d} = 10^6$ V.m^{-1}

Si $E \geq 3\times10^6$ V.m^{-1}, on a des étincelles qui apparaissent et claquage du condensateur. En effet, les forces exercées par le champ sur les électrons des molécules gazeuses sont importantes. Il y a ionisation des molécules et donc passage d'un courant électrique. Le condensateur est détruit.

Quelques condensateurs d'aujourd'hui