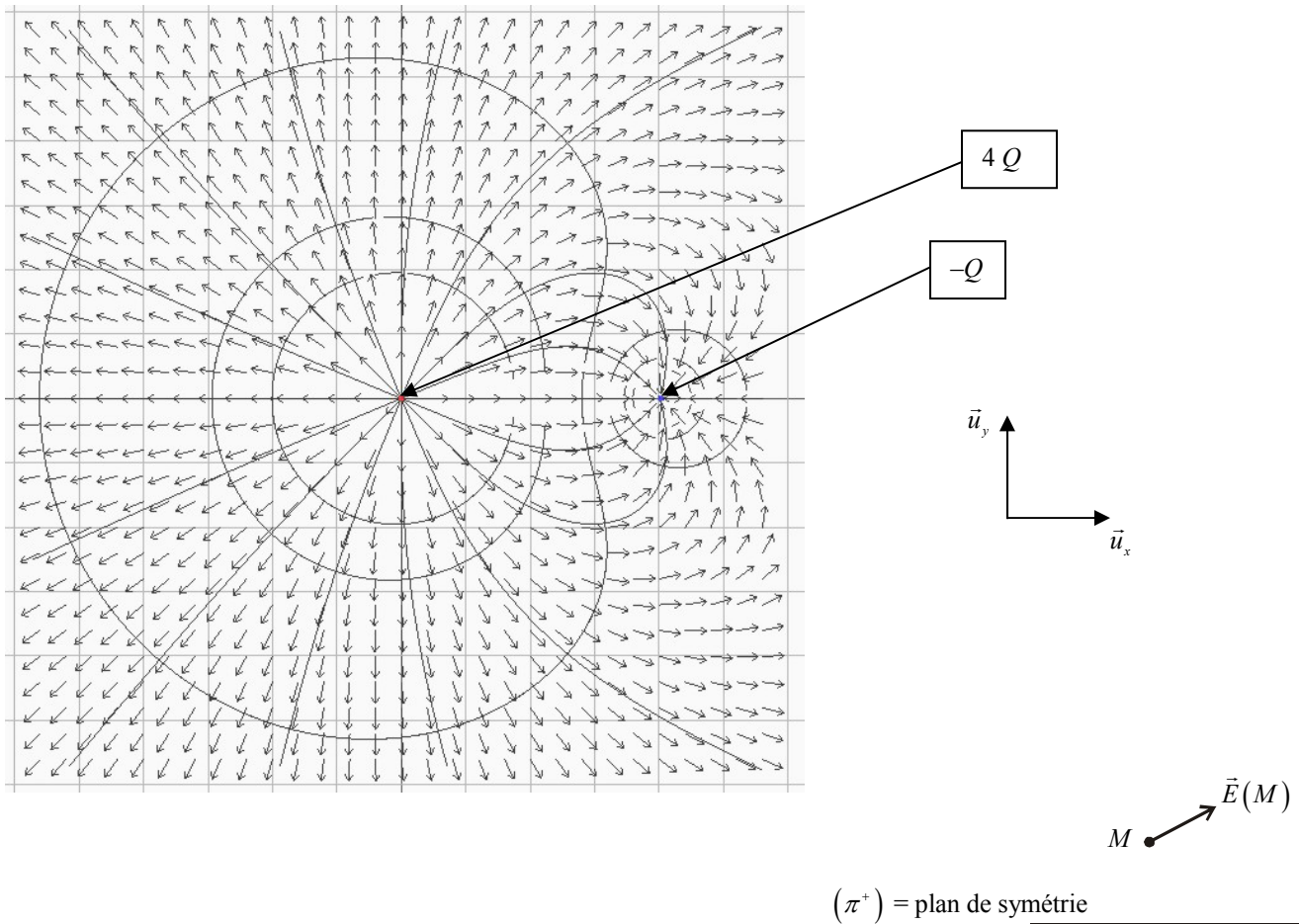


TOPOGRAPHIE DU CHAMP ÉLECTROSTATIQUE

I. DIAGRAMMES FLÉCHÉS

En un point M , la flèche représente la direction et le sens du champ électrostatique $\vec{E}$. Parfois, on rencontre des diagrammes où la longueur des flèches est proportionnelle à la norme du champ électrostatique.

Une charge $4Q$ est située au point $O(0, 0, 0)$. Une charge $-Q$ est située au point $A(3, 0, 0)$.



Le plan $y = 0$ est un plan de symétrie. On vérifie que :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M') &= \text{sym}(\vec{E}(M)) \\ V(M') &= V(M) \end{aligned}$$

II. CARTE DE CHAMP : LIGNES DE CHAMP ET ÉQUIPOTENTIELLES

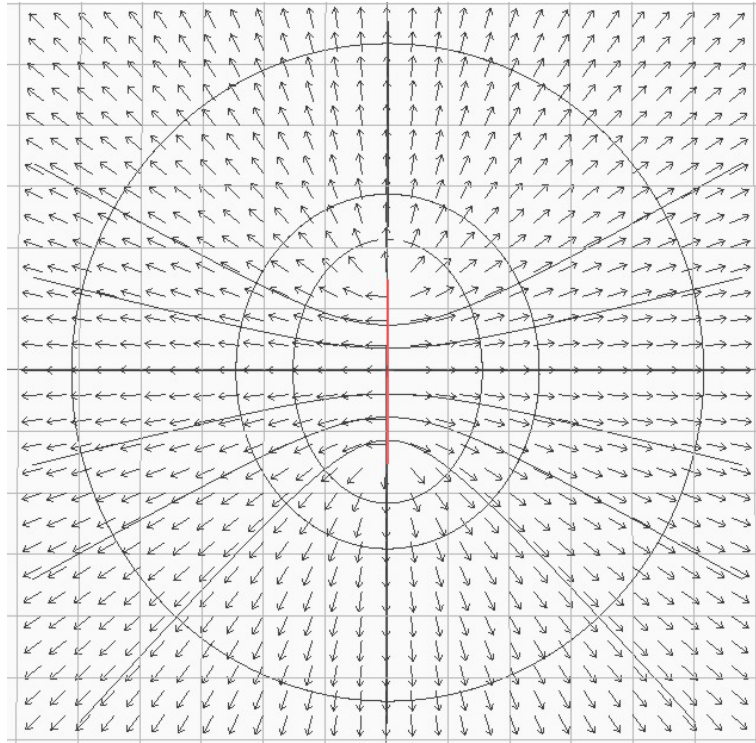
Une ligne de champ est une courbe tangente au champ en chacun de ses points.

On représente dans le plan de la figure :

- Les lignes de champ : courbes fléchées en traits
- L'intersection des surfaces équipotentielles avec le plan de la figure : courbes en traits pleins appelées équipotentiellles.

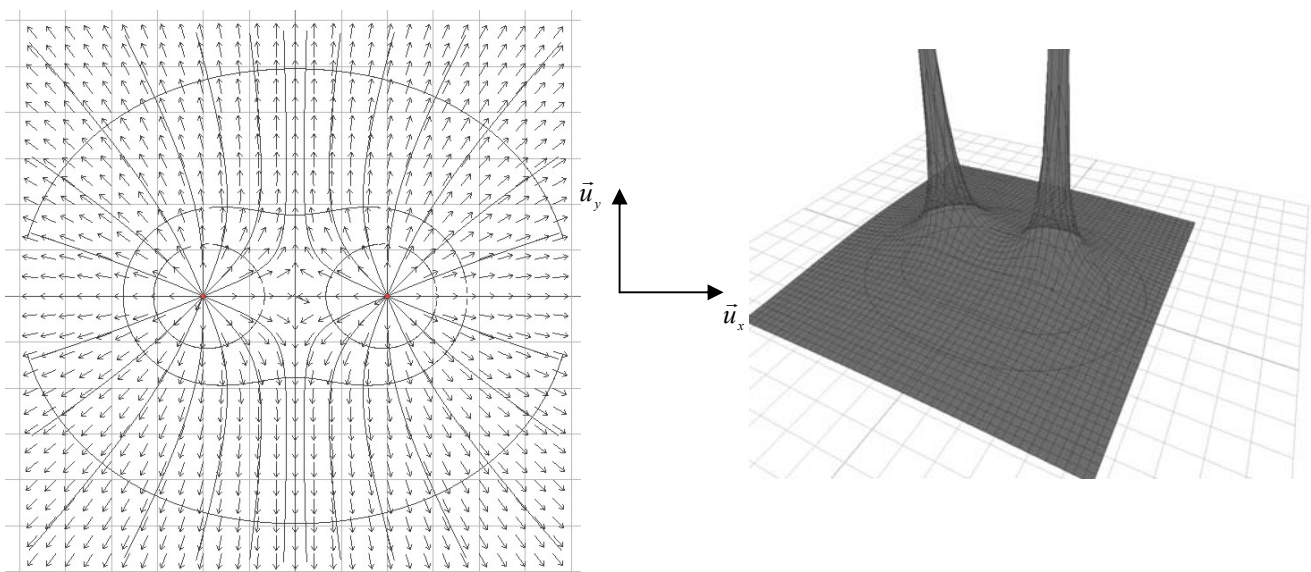
Les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentiellles.

Champ créé par un segment chargé S_1S_2 de milieu O .



Il ne faut pas oublier la réalité tridimensionnelle du phénomène. Les surfaces équipotentiellles sont des ellipsoïdes de foyer S_1 et S_2 .

III. REPRESENTATION EN RELIEF DU POTENTIEL

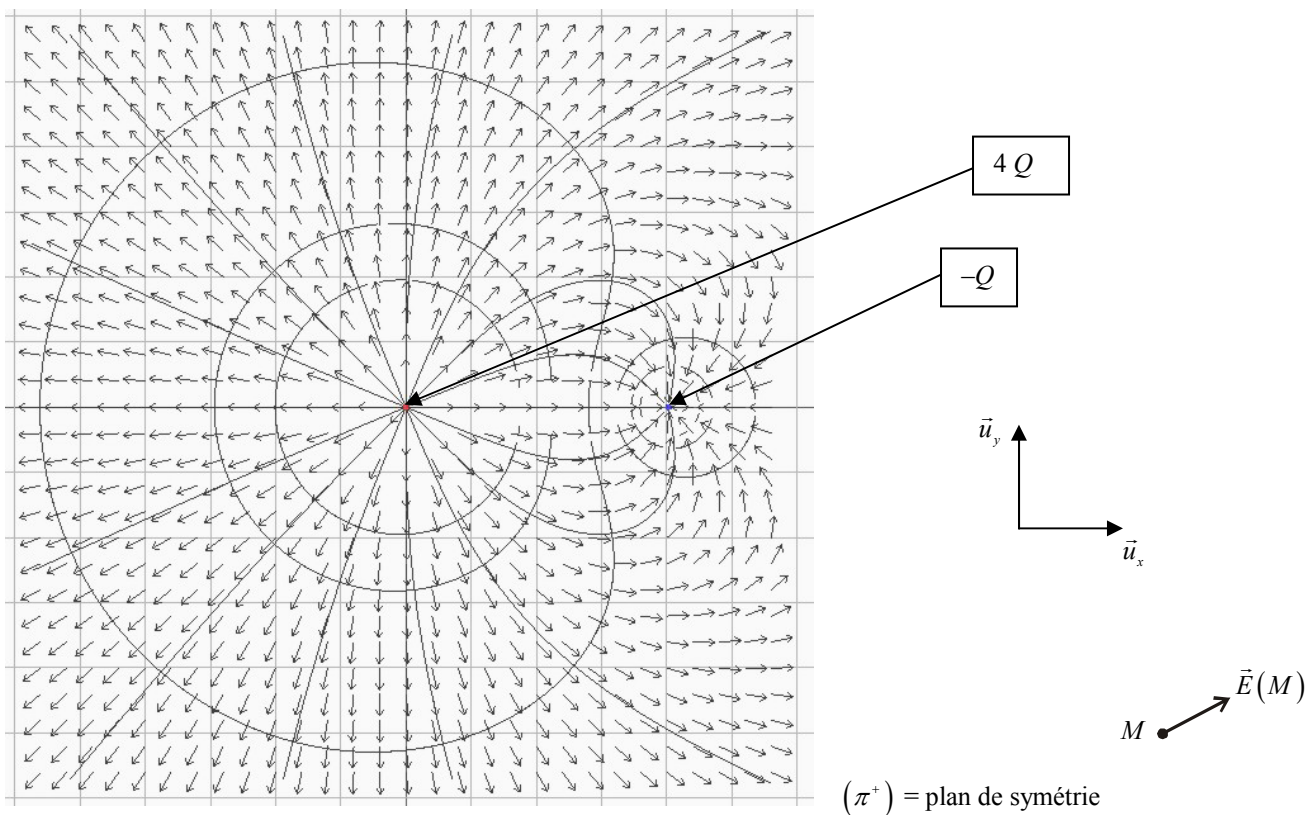


La distribution est constituée de deux charges ponctuelles identiques de charge $Q > 0$ situées en $(-1, 0)$ et $(1, 0)$.

- On a une vue en perspective du potentiel. Le rôle de la côte est joué par la valeur de V en un point du plan. On obtient une **carte du paysage du potentiel**. Les **équipotentiels correspondent aux lignes de niveau** (même altitude). On peut utiliser des termes de géographie. Le point $O(0, 0)$ est un col de potentiel. Le champ $\vec{E}$ est nul au point O car $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ et $\frac{\partial V}{\partial y} = 0$.
- Un point matériel M de charge $q > 0$ peut se déplacer dans le champ créé par cette distribution. La force qui s'exerce sur cette charge est $q\vec{E}$. L'énergie potentielle est $E_p = qV$. On peut interpréter qualitativement le mouvement :
 - Si le mouvement est restreint sur Ox , alors l'énergie potentielle passe par un minimum en O . Le point O est un point d'équilibre stable.
 - Si le mouvement est restreint sur Oy , alors l'énergie potentielle passe par un maximum en O . Le point O est un point d'équilibre instable.
 - Le point O est un point d'équilibre instable pour un mouvement non restreint.
 On retrouve le **théorème de l'extremum** : Dans une région vide de charges, le potentiel ne peut pas avoir d'extremum. On ne peut donc pas piéger une particule avec uniquement un champ électrostatique.

IV. ANALYSE DÉTAILLÉE D'UNE CARTE DE CHAMP

Une charge $4Q$ est située au point $O(0, 0, 0)$. Une charge $-Q$ est située au point $A(3, 0, 0)$.



- Le plan $y = 0$ est un plan de symétrie. On vérifie que :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M') &= \text{sym}(\vec{E}(M)) \\ V(M') &= V(M) \end{aligned}$$

- Au voisinage de chaque charge, les équipotentiels sont des sphères entourant la charge et les lignes de champ sont des droites radiales qui divergent à partir de la charge positive et convergent vers la charge négative.
Au voisinage d'une charge, la distribution est équivalente à la charge ponctuelle.
- À grande distance de la distribution, les équipotentiels sont des sphères qui entourent la distribution. Les lignes de champ sont des droites qui divergent à partir de D .
À grande distance, la distribution est équivalente à une charge ponctuelle ($4Q - Q = 3Q > 0$). On dit que D est équivalente à un monopôle.

Remarque : Toute distribution finie de charges est équivalente à grande distance à un monopôle si la charge totale la distribution est non nulle. Si la charge totale est nulle, la distribution est équivalente à un multipôle (dipôle, quadripôle...).

- Analyse globale de la carte de champ : les lignes de champ sont toutes issues de la charge positive et se dirigent soit vers l'infini, soit vers la charge négative.

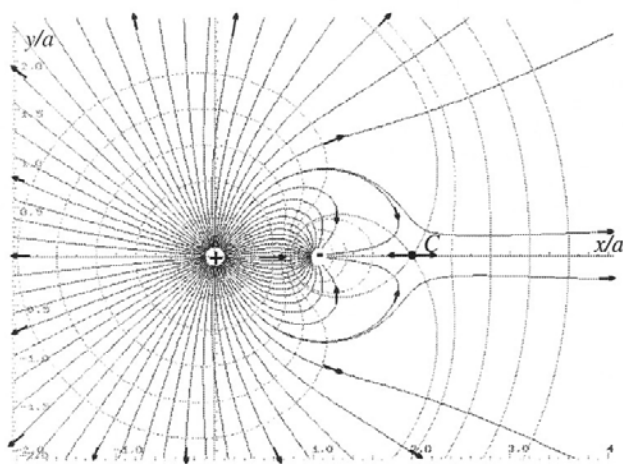
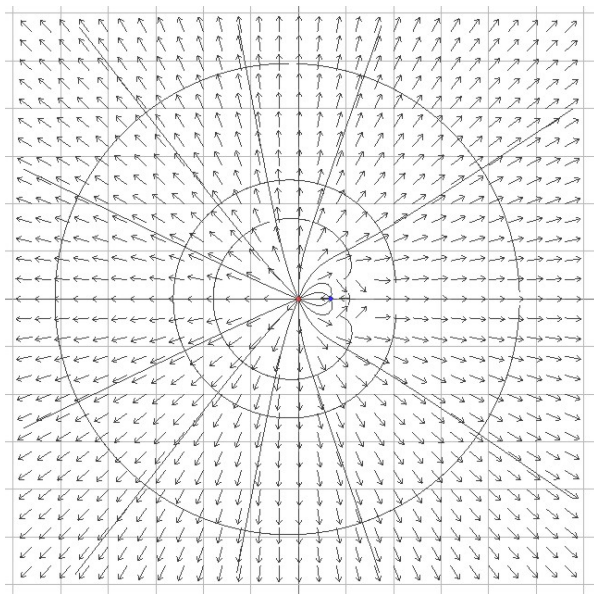
On a l'impression d'un écoulement (ou d'un flux) issu de la source (charge $4Q$) et partiellement capté par le puits (charge $-Q$).

En mécanique des fluides, on peut montrer qu'on retrouve les mêmes équations différentielles et cette analogie a un sens physique.

Elle permet de prévoir et d'interpréter très facilement les cartes de champ.

- Aucune ligne de champ n'est une courbe fermée.**

Démonstration : Quand on suit une ligne de champ dans le sens du champ, le potentiel diminue. On a démontré que le champ électrostatique est dirigé dans le sens des potentiels décroissants. Si on pouvait faire un tour complet, on aurait $V_F < V_I$, ce qui est absurde. Cette propriété est une conséquence du caractère conservatif de la circulation du champ électrostatique.



- Dans les régions vides de charges, les lignes de champ s'évasent lorsque le champ électrostatique diminue.
Démonstration : Dans une région vide de charges, le champ électrostatique est à flux conservatif ($Q_{int} = 0$) d'après le théorème de Gauss. Un tube de champ transporte un flux constant. Pour une section très petite, $\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \approx E S$.

Si E diminue, S augmente.

- On a deux types de région :
 - près des charges, chaque équipotentielle entoure la charge dont elle est voisine.
 - loin des charges, chaque équipotentielle entoure les deux charges.

Il existe une équipotentielle, appelée équipotentielle critique, qui est la frontière entre ces deux types de comportement. Elle possède un **point double** C . Le champ électrostatique est orthogonal aux surfaces équipotentielles. Au point C , $\vec{E}$ a donc deux normales : **le champ ne peut être que nul ou non défini**. Ici le champ est nul. ($\vec{E}$ est défini partout sauf au niveau des charges ponctuelles).