# PROPRIÉTES DE SYMÉTRIE DU CHAMP ÉLECTROSTATIQUE

## I. INVARIANCE

Un système est invariant dans une transformation si le résultat de $T$ (déplacement) engendre une situation identique à la situation initiale.

**Principe de Curie** (1859-1906) : Un phénomène physique possède au moins les éléments de symétrie de ses causes.

**On admet que le champ électrostatique possède les mêmes propriétés d'invariance que les sources qui sont la cause.**

Exemple : cylindre infini uniformément chargé.

Le champ $\vec{E}$ peut se mettre sous la forme : $\vec{E} = E_r(r,\theta,z)\vec{u}_r + E_\theta(r,\theta,z)\vec{u}_\theta + E_z(r,\theta,z)\vec{u}_z$.

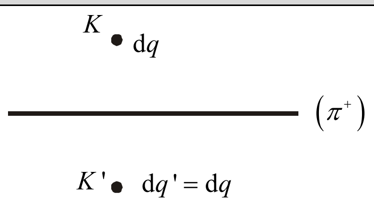
La distribution de charges $D$ est invariante par rotation d'angle $\theta$ et par translation d'axe $Oz$, donc le champ électrostatique $\vec{E}$ aussi, ses coordonnées ne dépendent pas de $\theta$ et $z$.

On en déduit que $\vec{E} = E_r(r)\vec{u}_r + E_\theta(r)\vec{u}_\theta + E_z(r)\vec{u}_z$.

## II. PLAN DE SYMÉTRIE, PLAN D'ANTISYMÉTRIE

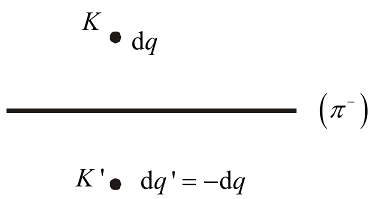
### II.1 Plan de symétrie

$(\pi^+)$ est un plan de symétrie pour les charges si la distribution de charges $D$ peut être décomposée en éléments $K$ et $K'$ deux à deux symétriques tels que d$q$ = d$q'$.

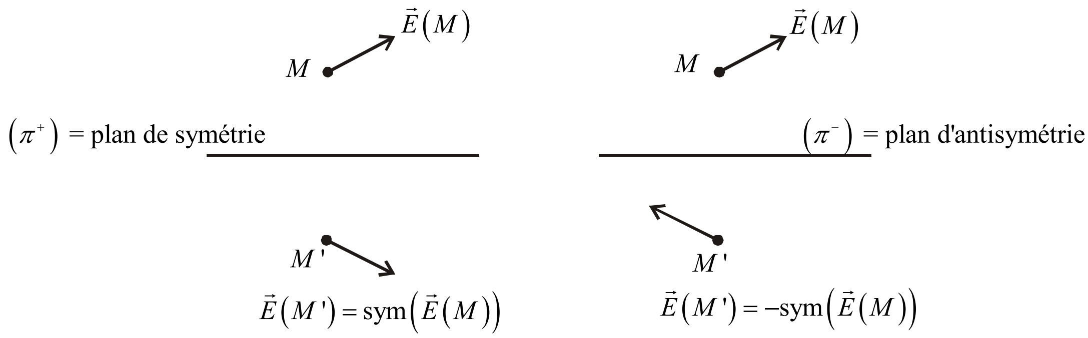



### II.2 Plan d'antisymétrie

$(\pi^-)$ est un plan d'antisymétrie pour les charges si la distribution de charges $D$ peut être décomposée en éléments $K$ et $K'$ deux à deux symétriques tels que d$q$ = – d$q'$.




### II.3 Relation entre le champ en *M* et le champ en *M'*



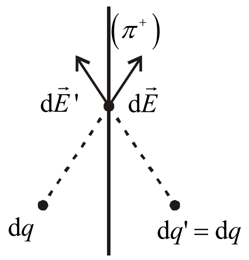
### II.4 Point $M$ appartenant à un plan de symétrie, point $M$ appartenant à un plan d'antisymétrie

*a) Point M appartenant à un plan de symétrie*

**Si $M \in$ plan de symétrie pour les charges, alors $\vec{E}(M) \in$ plan de symétrie.**

En associant les charges deux par deux,
$\mathrm{d}\vec{E} + \mathrm{d}\vec{E}'$ appartient au plan de symétrie $(\pi^+)$.

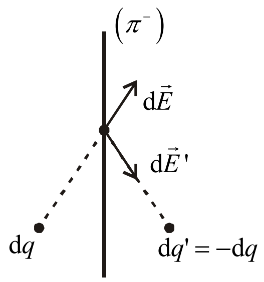
Pour le schéma, on suppose d$q$ > 0.




*b) Point M appartenant à un plan d'antisymétrie*

**Si $M \in$ plan d'antisymétrie pour les charges, alors $\vec{E}(M) \perp$ plan d'antisymétrie.**

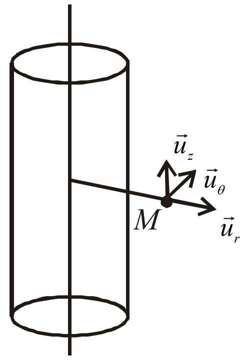
En associant les charges deux par deux,
$\mathrm{d}\vec{E} + \mathrm{d}\vec{E}'$ est orthogonal au plan d'antisymétrie $(\pi^-)$.
Pour le schéma, on suppose d$q$ > 0.




*c) Premier exemple – cylindre infini uniformément chargé*

- Les plans $P = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $Q = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ sont des plans de symétrie, donc $\vec{E}(M) \in P \cap Q$, soit $\vec{E}(M) \,//\, \vec{u}_r$.
- La distribution de charges $D$ est invariante par rotation d'angle $\theta$ et par translation d'axe $Oz$, donc $\vec{E}$ aussi, ses coordonnées ne dépendent pas de $\theta$ et $z$.

Bilan : $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r}$




*d) Deuxième exemple : disque*

On reprend l'exemple traité dans le chapitre précédent.

- Tous les plans passant par $M$ et contenant l'axe $Oz$ sont des plans de symétrie pour les charges sources du champ, donc le champ électrostatique en $M$ appartient à l'intersection de tous les plans : $\vec{E}(M) \,//\, Oz$.