ÉTUDE THÉORIQUE DES MACHINES CYCLIQUES DITHERMES

Dans de nombreuses applications pratiques, le fluide subit une série de transformations qui l'amènent à se retrouver dans son état initial. On parle alors de cycle.

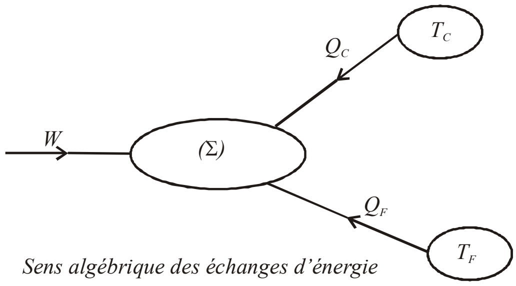
I. PRÉSENTATION GÉNÉRALE

I.1 Premier et deuxième principe pour un système fermé – machine cyclique ditherme

On considère un **système fermé** (Σ) décrivant un **cycle** : on a le même état initial et final. Les variations des fonctions d'état sont donc nulles : $\Delta U = 0$; $\Delta E_m = 0$ et $\Delta S = 0$.

On a une machine thermique **ditherme**. Les échanges thermiques se font avec **deux sources de chaleur** : source chaude à la température T_C et source froide à la température T_F avec $T_C > T_F$.

En thermodynamique, tous les échanges d'énergie sont orientés algébriquement vers le système (Σ). On dit que W, Q_C et Q_F sont algébriquement reçus.



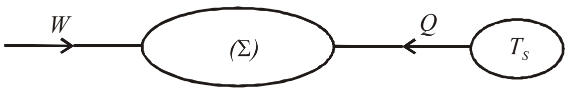
Sens algébrique des échanges d'énergie

- Le premier principe de la thermodynamique pour un système **fermé** s'écrit :
  $\boxed{\cancel{\Delta U} + \cancel{\Delta E_m} = 0 = W + Q_C + Q_F}$
- Le deuxième principe de la thermodynamique pour un système **fermé** s'écrit : $\cancel{\Delta S} = S_e + S_c = 0$. L'entropie échangée vaut $S_e = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F}$. On en déduit l'inégalité de Carnot-Clausius : $\boxed{\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0}$.

  L'inégalité stricte correspond à l'irréversibilité et l'égalité correspond à la réversibilité.

Ces deux équations sont à la base de l'étude théorique des machines cycliques dithermes.

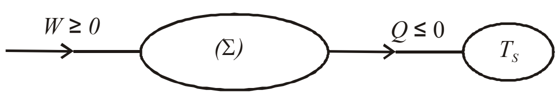
I.2 Cas particulier d'une machine cyclique monotherme – énoncé de Lord Kelvin



Sens algébrique des échanges d'énergie

On a une machine **monotherme**. Les échanges thermiques se font avec **une source de chaleur**. Le premier principe de la thermodynamique et l'inégalité de Carnot-Clausius s'écrivent : $\begin{cases} 0 = W + Q \\ \dfrac{Q}{T_S} \leq 0 \end{cases}$

On en déduit que $W \geq 0$ et $Q \leq 0$.



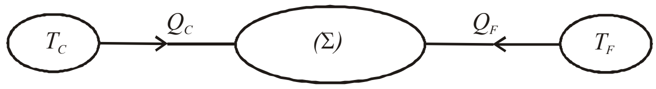
Sens effectif des échanges d'énergie

Exemple : radiateur électrique.

Énoncé de Lord Kelvin : il n'existe pas de moteur cyclique produisant du travail à partir d'une seule source de chaleur.

Conséquence : pour réaliser un moteur, il est nécessaire d'avoir une machine avec au moins deux sources de chaleur.

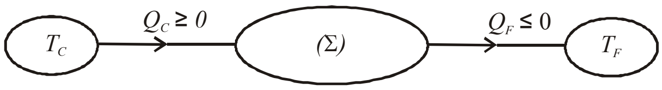
I.3 Cas particulier d'une machine cyclique ditherme ne recevant pas de travail – énoncé de Clausius



Sens algébrique des échanges d'énergie

Le premier principe de la thermodynamique et l'inégalité de Carnot-Clausius s'écrivent : $\begin{cases} 0 = Q_C + Q_F \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0 \end{cases}$

On a : $Q_C = -Q_F$, d'où : $Q_F\left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C}\right) \leq 0$. On en déduit que $Q_F \leq 0$ et $Q_C \geq 0$.



Sens effectif des échanges d'énergie

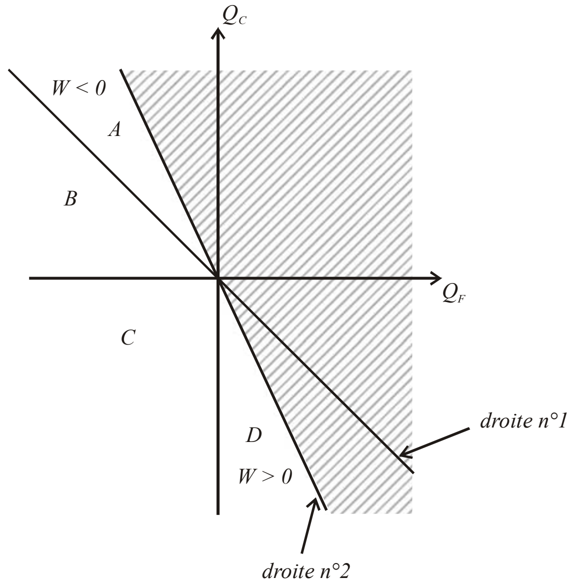
Énoncé de Clausius : il n'existe pas de machine cyclique permettant un transfert thermique parfait de la source froide vers la source chaude.

Conséquence : pour réaliser un réfrigérateur ou une pompe à chaleur, le système doit nécessairement recevoir un travail.

I.4 Diagramme de Raveau

On représente les différents modes de fonctionnement d'une machine cyclique ditherme dans le diagramme (Q_C, Q_F). Les deux équations fondamentales pour une machine cyclique ditherme sont :

$$\boxed{\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 \quad \text{(eq. 1)} \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0 \quad \text{(eq. 2)} \end{cases}}$$



La droite n°1 correspond à $W = 0$. L'équation 1 donne : $Q_C = -Q_F$. C'est donc une droite de coefficient directeur égal à (–1). Or $W = -Q_C - Q_F$. Au dessus de la droite n°1, $W < 0$ et au dessous de la droite n°1, on a $W > 0$.

La droite n°2 correspond à $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$. On en déduit $Q_C = -\dfrac{T_C}{T_F} Q_F$.

C'est une droite de coefficient directeur $-\dfrac{T_C}{T_F}$ plus grand que 1 en valeur absolue. Au dessus de la droite n°2, on a $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} > 0$. C'est interdit par le deuxième principe de la thermodynamique (eq. 2).

On a donc 4 zones de fonctionnement :

- zone A : $W < 0$; $Q_F < 0$ et $Q_C > 0$: **moteur**
- zone D : $W > 0$; $Q_C < 0$ et $Q_F > 0$: **réfrigérateur et pompe à chaleur**
- zone B : aucun intérêt pratique. $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$. Le transfert peut s'effectuer spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. Ce n'est pas la peine de fournir un travail W.
- zone C : aucun intérêt pratique. $Q_C < 0$ et $Q_F < 0$. Le travail est transfert thermique. Ce n'est pas la peine d'avoir deux sources de chaleur. Une seule source de chaleur suffit.

II. MOTEUR DITHERME

II.1 Efficacité

On considère un **système fermé** (Σ) décrivant un cycle entre deux sources de chaleur : T_C (température de la source chaude) et T_F (température de la source froide) avec $T_C > T_F$.

La source chaude est créée à l'intérieur du système (pour un moteur à combustion interne). La source froide est l'atmosphère.

On a vu dans le paragraphe précédent avec le diagramme de Raveau que : $W < 0$, $Q_F < 0$ et $Q_C > 0$.

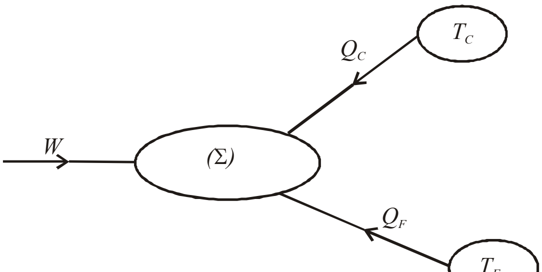
Le système fermé (Σ) prélève de la chaleur à la source chaude :

- une partie est convertie en travail,

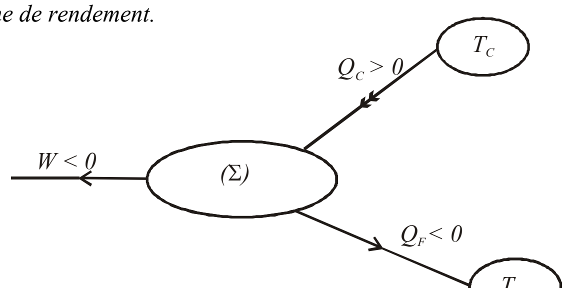
- l'autre partie est cédée à la source froide. Elle est considérée comme une perte.

L'efficacité est définie par : $\boxed{e = \dfrac{\text{utile}}{\text{coût}} = \dfrac{|W|}{Q_C}}$

Remarques : *On emploie parfois dans les exercices le terme de rendement.*



Sens algébrique des échanges d'énergie



Sens effectif des échanges d'énergie

Le premier et le deuxième principe de la thermodynamique pour un système **fermé** (Σ) avec une transformation **cyclique ditherme** s'écrivent (voir I.1 page 1) : $\boxed{\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 \text{ (eq. 1)} \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0 \text{ (eq. 2)} \end{cases}}$

Pour trouver l'efficacité, il faut éliminer Q_F : l'équation 1 donne : $Q_F = -W - Q_C$

En réinjectant dans l'équation 2, on a $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{-W - Q_C}{T_F} \leq 0$, soit $\dfrac{-W}{T_F} \leq Q_C \left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C} \right)$

Comme $Q_C > 0$, on obtient : $\dfrac{-W}{Q_C} \leq T_F \left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C} \right)$. Après simplification, on a :

Théorème de Carnot : $e \leq e_C$ avec $e_C = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}$.

L'efficacité maximale est obtenue pour une machine cyclique ditherme réversible. L'efficacité de Carnot est indépendante du fluide, elle ne dépend que de la température des sources de chaleur.

Pour augmenter l'efficacité de Carnot, il faut diminuer la température de la source froide et augmenter la température de la source chaude.

Application numérique : T_C = 800 K ; T_F = 300 K ; e_C = 0,63 = 63%. En pratique, on a des efficacités réelles de l'ordre de 30 à 40%.

Remarques : *Cette efficacité est nécessairement inférieure à 1. On ne peut pas récupérer plus de travail $|W|$ que le coût Q_C !*

II.2 Machine de Carnot

a) Description du cycle

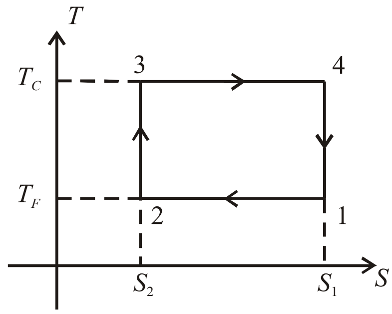
On appelle machine de Carnot une machine **cyclique réversible ditherme**.

Pour que le cycle soit parfaitement réversible, il faut que la transformation s'effectue sans frottement et que les échanges de chaleur entre le fluide et les sources extérieures soient réversibles et donc se fassent sans écart de température.

On peut envisager les transformations suivantes :

- **2 isothermes réversibles** (*AB* et *CD*). On a vu que si on a un transfert thermique entre des corps à des températures différentes, la transformation est irréversible. On aura donc deux transformations au cours desquelles la température du fluide sera égale à la température de la source de chaleur.
- **2 adiabatiques réversibles** (*BC* et *DA*). On a vu que ces deux transformations sont isentropiques.

On représente le cycle dans le diagramme (*T*, *S*).



$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$. On a donc : $\oint \mathrm{d}U = 0 = \oint T\mathrm{d}S - \oint p\mathrm{d}V$. On en déduit que

$W = -\oint p\mathrm{d}V = -\oint T\mathrm{d}S$

On a vu que $|W|$ = aire du cycle dans le diagramme (p, V).

On en déduit que $\boxed{|W| = \text{aire du cycle dans le diagramme } (T, S)}$.

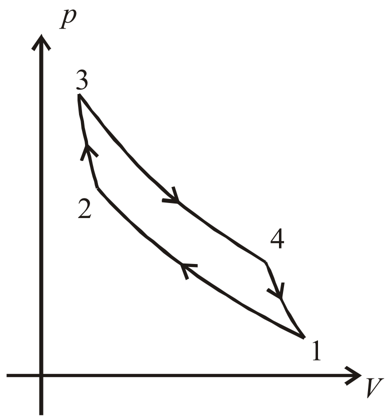
Sens de parcours : diagramme (p, V) et (T, S) :
- sens des aiguilles d'une montre : $W < 0$: c'est un système moteur.
- sens trigonométrique : $W > 0$: c'est un système récepteur.

b) Cas particulier du gaz parfait
- pour une isotherme, on a : $pV = cte$.
- pour l'adiabatique, réversible, gaz parfait, on peut appliquer les lois de Laplace : $pV^{\gamma} = cte$

On a démontré la formule de Reech :

$$\boxed{\gamma = \frac{\text{pente de l'adiabatique réversible}}{\text{pente de l'isotherme}} > 1}$$

On retient que la pente de l'isentropique est plus grande que la pente de l'isotherme.
Ce résultat sert pour tracer l'allure des cycles dans le diagramme (p, V).



***Remarques :** L'aire de ce cycle est faible. À chaque cycle, on récupère peu de travail. On l'utilise donc très peu en pratique.*

c) Comment comparer l'efficacité d'un cycle à l'efficacité de Carnot ?
- **L'efficacité de n'importe quel cycle réversible réalisé avec un nombre de sources de chaleur supérieur à 2 est inférieure à l'efficacité d'un cycle de Carnot réalisé entre les températures minimale et maximale du cycle.**
- **Plus un cycle réversible remplit le rectangle d'un cycle de Carnot (dans le même intervalle de température et d'entropie), plus l'efficacité de ce cycle augmente.**

On retiendra ces deux résultats importants. Par contre, la démonstration n'est pas au programme.

d) Erreurs fréquemment commises

Il est faux d'affirmer : $e < e_C$ implique nécessairement un cycle irréversible. On peut avoir un cycle réversible avec un grand nombre de sources de chaleur.
Cependant en pratique, pour $e < e_C$, on a très souvent un cycle irréversible. Par exemple, dans l'échangeur thermique, la température du fluide n'est pas la même que la température de la source de chaleur. Dès qu'on a un échange thermique avec des corps à des températures différentes, on a une irréversibilité thermique.

III. RÉFRIGÉRATEUR DITHERME

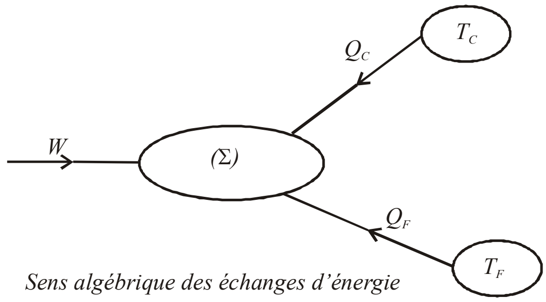
III.1 Efficacité

On considère un **système fermé** (Σ) décrivant un cycle entre deux sources de chaleur : T_C (température de la source chaude) et T_F (température de la source froide) avec $T_C > T_F$. La source chaude est la pièce ou l'atmosphère. La source froide est l'intérieur du réfrigérateur.
On a vu avec le diagramme de Raveau que : $W > 0$, $Q_F > 0$ et $Q_C < 0$.

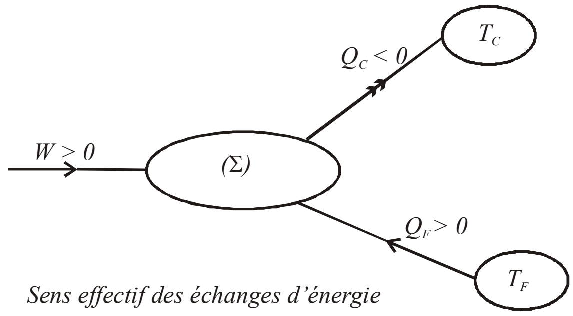
Le système (Σ) reçoit un travail W qui lui permet :
- de prélever de la chaleur à la source froide,
- de céder de la chaleur à la source chaude. La chaleur cédée à la source chaude est considérée comme une perte.

L'efficacité est définie par : $\boxed{e = \frac{\text{utile}}{\text{coût}} = \frac{Q_F}{W} = COP_f}$.

Dans le cas d'un réfrigérateur, on utilise souvent le terme COefficient de Performance frigorifique ou COP_f.



Sens algébrique des échanges d'énergie



Sens effectif des échanges d'énergie

Le premier et le deuxième principe de la thermodynamique pour un système **fermé** décrivant une évolution **cyclique ditherme** s'écrivent : $\boxed{\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 \text{ (eq. 1)} \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0 \text{ (eq. 2)} \end{cases}}$

Pour trouver l'efficacité, il faut éliminer Q_C : $Q_C = -W - Q_F$

En réinjectant dans l'équation 2, on a $\dfrac{-W - Q_F}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0$, soit $Q_F\left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C}\right) \leq \dfrac{W}{T_C}$

Comme $Q_F > 0$, on obtient : $\dfrac{Q_F}{W}\left(\dfrac{T_C - T_F}{T_C T_F}\right) \leq \dfrac{1}{T_C}$, d'où $\dfrac{Q_F}{W} \leq \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$.

Théorème de Carnot : $e \leq e_C$ avec $e_C = \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$.

L'efficacité maximale est obtenue pour une machine cyclique ditherme réversible. L'efficacité de Carnot est indépendante du fluide, elle ne dépend que de la température des sources de chaleur.

Application numérique : $T_F = 270$ K ; $T_C = 300$ K ; $e_C = 9$.

Interprétation physique

- Il ne faut pas être surpris d'avoir une efficacité supérieure à 1. Elle traduit simplement la difficulté à extraire de la chaleur à la source froide. Si l'écart de température entre les deux sources de chaleur est faible, c'est facile de réaliser cette extraction. Par contre, si l'écart de température entre les deux sources de chaleur est grand, c'est difficile d'extraire de la chaleur à la source froide et on a une efficacité plus faible.
- Il y a conservation de l'énergie et toute l'énergie prélevée à la source froide est intégralement cédée à la source chaude (atmosphère). Voir les flèches représentant le sens effectif des échanges d'énergie. Ce n'est donc pas contradictoire d'avoir une efficacité supérieure à 1. Par contre, on ne peut pas utiliser le terme de rendement pour un réfrigérateur.

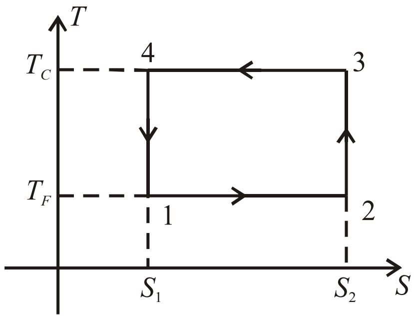
III.2 Machine de Carnot

On appelle machine de Carnot une machine **cyclique réversible ditherme**.

Pour la réaliser, on peut envisager les transformations suivantes :

- **2 isothermes réversibles** (*AB* et *CD*). On a vu que si on a un transfert thermique entre des corps à des températures différentes, la transformation est irréversible. On aura donc deux transformations au cours desquelles la température du fluide sera égale à la température de la source de chaleur.
- **2 adiabatiques réversibles** (*BC* et *DA*). Ces deux transformations sont donc isentropiques.

On représente le cycle dans le diagramme (T, S).



On a vu que $\boxed{|W| = \text{aire du cycle dans le diagramme } (T, S)}$.

On retient que l'on a un rectangle pour une machine de Carnot ainsi que le sens de parcours dans le sens trigonométrique pour un récepteur.

Sens de parcours : diagramme (p, V) et (T, S) :

- sens des aiguilles d'une montre : $W < 0$: c'est un système moteur.
- sens trigonométrique : $W > 0$: c'est un système récepteur (réfrigérateur, pompe à chaleur…).

IV. POMPE A CHALEUR

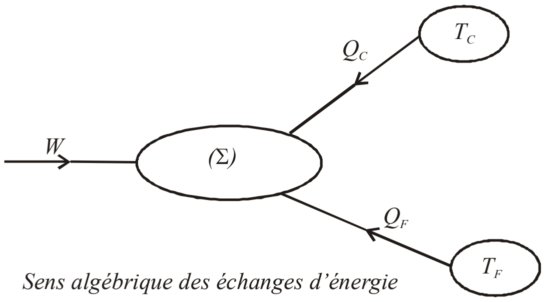
IV.1 Efficacité

On considère un **système fermé** (Σ) décrivant un cycle entre deux sources de chaleur : T_C (température de la source chaude) et T_F (température de la source froide) avec $T_C > T_F$.
La source chaude est la pièce à chauffer. La source froide est l'atmosphère ou le lac d'une rivière.
On a vu avec le diagramme de Raveau que : $W > 0$, $Q_F > 0$ et $Q_C < 0$.

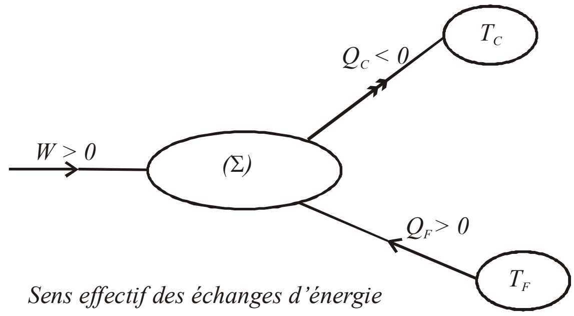
Le système (Σ) reçoit un travail W qui lui permet :
- de prélever de la chaleur à la source froide,
- de céder de la chaleur à la source chaude. La chaleur cédée à la source chaude est l'énergie utile.

L'efficacité est définie par : $\boxed{e = \dfrac{\text{utile}}{\text{coût}} = \dfrac{|Q_C|}{W} = COP_c}$

Dans le cas d'une pompe à chaleur, on utilise souvent le terme COefficient de Performance en chauffage ou COP_c.



Sens algébrique des échanges d'énergie



Sens effectif des échanges d'énergie

Le premier et le deuxième principe de la thermodynamique pour un système **fermé** décrivant une évolution **cyclique ditherme** s'écrivent : $\boxed{\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 \quad \text{(eq. 1)} \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \le 0 \text{ (eq. 2)} \end{cases}}$

Pour trouver l'efficacité, il faut éliminer Q_F : l'équation 1 donne : $Q_F = -W - Q_C$

En réinjectant dans l'équation 2, on a $\dfrac{-W - Q_C}{T_F} + \dfrac{Q_C}{T_C} \le 0$, soit $-Q_C\left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C}\right) \le \dfrac{W}{T_F}$

Comme $Q_C > 0$, on obtient : $\dfrac{-Q_C}{W}\left(\dfrac{T_C - T_F}{T_C T_F}\right) \le \dfrac{1}{T_F}$, d'où $\dfrac{-Q_C}{W} \le \dfrac{T_C}{T_C - T_F}$.

Théorème de Carnot : $e \le e_C$ avec $e_C = \dfrac{T_C}{T_C - T_F}$.

L'efficacité maximale est obtenue pour une machine cyclique ditherme réversible. L'efficacité de Carnot est indépendante du fluide, elle ne dépend que de la température des sources de chaleur.

Application numérique : $T_F = 283$ K ; $T_C = 291$K ; $e_C = 36{,}4$.

Interprétation physique

- On trouve une efficacité supérieure à 1 (c'est l'inverse de l'efficacité de Carnot d'un moteur). La pompe à chaleur est très intéressante d'un point de vue énergétique. Un radiateur électrique a un rendement égal à 1 : tout le travail électrique est transformé intégralement en chaleur. Par contre avec une pompe à chaleur, si on fournit un travail W, la quantité de chaleur cédée à la source chaude n'est pas égale à W mais $e \times W$. Une pompe à chaleur est donc "e fois plus efficace" qu'un radiateur électrique. On voit sur le schéma représentant le sens effectif des échanges d'énergie qu'une partie de la chaleur fournie à la source chaude (pièce à réchauffer) vient de la source froide (atmosphère). La seule dépense vient du travail W mais pas de Q_F. En pratique, on a une efficacité réelle inférieure à e_C mais la pompe à chaleur est très intéressante d'un point de vue "économie d'énergie".
- Du point de vue des échanges d'énergie, une pompe à chaleur fonctionne de la même façon qu'un réfrigérateur.
- En inversant le rôle de Q_F et de Q_C, on peut donc très facilement transformer une pompe à chaleur en climatiseur : ce sont les climatisations réversibles.

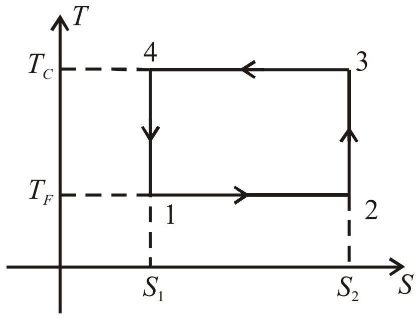
IV.2 Machine de Carnot

On appelle machine de Carnot une machine **cyclique réversible ditherme**.

Pour la réaliser, on peut envisager les transformations suivantes :

- **2 isothermes réversibles** (AB et CD). On a vu que si on a un transfert thermique entre des corps à des températures différentes, la transformation est irréversible. On aura donc deux transformations au cours desquelles la température du fluide sera égale à la température de la source de chaleur.
- **2 adiabatiques réversibles** (BC et DA). On a vu que ces deux transformations sont isentropiques.

On représente le cycle dans le diagramme (T, S).



On a vu que $\boxed{|W| = \text{aire du cycle dans le diagramme } (T, S)}$.

Sens de parcours : diagramme (p, V) et (T, S) :

- sens des aiguilles d'une montre : $W < 0$: c'est un système moteur.
- sens trigonométrique : $W > 0$: c'est un système récepteur.

V. BILAN

Il est important en thermodynamique de bien définir le **système**, la nature des **transformations envisagées**.

Pour les machines thermiques, on fait très souvent deux schémas : sens algébrique et sens effectif des échanges d'énergie.